e-LEE
e-Learning tools for Electrical Engineering

Temática – Electrónica de Potência

Capítulo – Onduladores

Secção – Comando de Plena Onda

ANÁLISE HARMÓNICA DA CORRENTE DE ENTRADA

INTRODUÇÃO

Neste laboratório virtual, efectua-se a análise harmónica da corrente pedida à fonte de tensão contínua de alimentação de onduladores, monofásicos ou trifásicos, com comando de plena onda. Baseados no balanço energético, determinam-se as componentes úteis e de tremor dessa corrente.

- pré requisitos : Estudo do ondulador monofásico alimentando uma carga R-L, Estudo do ondulador trifásico alimentando uma carga R-L
- nível : Bases da engenharia electrotécnica ou área de especialização
- duração estimada : 1/2 hora
- autor : Francis Labrique
- realização : Sophie Labrique
- versão portuguesa: Fernando Alves da Silva

Este projecto é financiado pela União Europeia no âmbito de uma acção Sócrates-Minerva. As informações nele contidas são da exclusiva responsabilidade dos seus autores. A União Europeia declina toda a responsabilidade relativamente ao seu uso.

GUIA DO LABORATÓRIO

Para efectuar esta análise, supõe-se que a corrente ou as correntes fornecidas à carga são sinusoidais com o mesmo período das tensões aplicadas pelo ondulador.

Tal significa considerar apenas a fundamental e desprezar as harmónicas presentes nessas correntes.

Vai obter-se a decomposição em série de Fourier da corrente de entrada do ondulador, utilizando o balanço energético entrada saída, supondo dispositivos semicondutores ideais (queda de tensão nula em condução, corrente de fugas nula no estado de corte e comutações instantâneas), tal que o valor instantâneo da potência de entrada do ondulador iguala o valor instantâneo da potência absorvida pela carga.

Aplicação ao ondulador monofásico

QUESTÃO 1

- ***Se***

$$i' = I\sin(\omega t - \varphi) \quad \text{avec} \quad \omega = 2\pi/T$$

Exprima a corrente i numa soma de termos em sen $k\omega t$ e em cos $k\omega t$, determinando a amplitude da componente de pulsação $k\omega$

QUESTÃO 1: RESPOSTA

$$\begin{aligned} i &= \frac{2I}{\pi}\cos\varphi - \frac{2I}{\pi}(1-\frac{1}{3})\cos\varphi\cos 2\omega t - \frac{2I}{\pi}(1+\frac{1}{3})\sin\varphi\sin 2\omega t \\ &- \frac{2I}{\pi}(\frac{1}{3}-\frac{1}{5})\cos\varphi\cos 4\omega t - \frac{2I}{\pi}(\frac{1}{3}+\frac{1}{5})\sin\varphi\sin 4\omega t \ldots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i &= \frac{2I}{\pi}\cos\varphi - \sum_{j=1}^{\infty}\frac{2I}{\pi}(\frac{1}{2j-1}-\frac{1}{2j+1})\cos\varphi\cos 2j\omega t \\ &- \sum_{j=1}^{\infty}\frac{2I}{\pi}(\frac{1}{2j-1}+\frac{1}{2j+1})\sin\varphi\sin 2j\omega t \end{aligned}$$

A amplitude do termo de pulsação $2j\omega$

$$i_{2j} = -\frac{2I}{\pi}(\frac{1}{2j-1} - \frac{1}{2j+1}\cos\varphi)\cos 2j\omega t - \frac{2I}{\pi}(\frac{1}{2j-1}+\frac{1}{2j+1})\sin\varphi\sin 2j\omega t$$

Vale:

$$I_{2j} = \frac{2I}{\pi}\sqrt{(\frac{1}{2j-1}-\frac{1}{2j+1})^2\cos^2\varphi + (\frac{1}{2j-1}+\frac{1}{2j+1})^2\sin^2\varphi}$$

$$I_{2j} = \frac{2I}{\pi}\sqrt{(\frac{1}{2j-1})^2 + (\frac{1}{2j+1})^2 - \frac{2}{(2j-1)(2j+1)}\cos 2\varphi}$$

QUESTÃO 1: JUSTIFICAÇÃO

Supondo rendimento unitário, a conservação da potência instantânea dá:

$$Ui = u'i'$$

$$i = \frac{u'i'}{U} = \frac{1}{U}\left[\sum_{j=1}^{\infty} \frac{4UI}{(2j-1)\pi} \sin[(2j-1)\omega t] \sin(\omega t - \varphi)\right]$$

$$i = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{4I}{(2j-1)\pi} \sin[(2j-1)\omega t] \sin(\omega t - \varphi)$$

Sabendo que

$$2 \sin a \sin b = \cos(a-b) - \cos(a+b)$$

o termo correspondente a $j = 1$, que é

$$\frac{4I}{\pi} \sin \omega t \sin(\omega t - \varphi) = \frac{2I}{\pi}[\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)]$$

origina

- Uma componente contínua

$$\frac{2I}{\pi}\cos\varphi$$

- Uma componente de pulsação 2ω

$$-\frac{2I}{\pi}\cos(2\omega t - \varphi) = -\frac{2I}{\pi}\cos\varphi\cos 2\omega t - \frac{2I}{\pi}\sin\varphi\sin 2\omega t$$

O termo correspondente a $j = 2$, que é:

$$\frac{4I}{3\pi} \sin 3\omega t \sin(\omega t - \varphi) = \frac{2I}{3\pi}[\cos(2\omega t + \varphi) - \cos(4\omega t - \varphi)]$$

Origina

- Uma componente de pulsação 2ω

$$\frac{2I}{3\pi}\cos(2\omega t + \varphi) = \frac{2I}{3\pi}\cos\varphi\cos 2\omega t - \frac{2I}{3\pi}\sin\varphi\sin 2\omega t$$

- Uma componente de pulsação 4ω

$$-\frac{2I}{3\pi}\cos(4\omega t - \varphi) = -\frac{2I}{3\pi}\cos\varphi\cos 4\omega t - \frac{2I}{3\pi}\sin\varphi\sin 4\omega t$$

O termo correspondente a $j = 3$, que é:

$$\frac{4I}{5\pi} \sin 5\omega t \sin(\omega t - \varphi) = \frac{2I}{5\pi}[\cos(4\omega t + \varphi) - \cos(6\omega t - \varphi)]$$

Origina

- Uma componente de pulsação 4ω

$$\frac{2I}{5\pi}\cos(4\omega t+\varphi)=\frac{2I}{5\pi}\cos\varphi\cos 4\omega t-\frac{2I}{5\pi}\sin\varphi\sin 4\omega t$$

- Uma componente de pulsação 6ω

$$\cos a+\cos(a-2\pi/3)+\cos(a-4\pi/3)=0$$

Agrupando os termos, tem-se:

$$\begin{aligned} i &= \frac{2I}{\pi}\cos\varphi-(\frac{2I}{\pi}-\frac{2I}{3\pi})\cos\varphi\cos 2\omega t-(\frac{2I}{\pi}+\frac{2I}{3\pi})\sin\varphi\sin 2\omega t \\ &- (\frac{2I}{3\pi}-\frac{2I}{5\pi})\cos\varphi\cos 4\omega t-(\frac{2I}{3\pi}+\frac{2I}{5\pi})\sin\varphi\sin 4\omega t \\ &- \ldots \end{aligned}$$

QUESTÃO 2

Aplicação ao ondulador trifásico

- ***Se***

$$\begin{aligned} i'_A &= I\sin(\omega t-\varphi) \\ i'_B &= I\sin(\omega t-\varphi-2\pi/3) \quad \text{avec} \quad \omega=2\pi/T \\ i'_C &= I\sin(\omega t-\varphi-4\pi/3) \end{aligned}$$

Exprima a corrente i'como uma soma de termos em sen $k\omega t$ e em cos $k\omega t$, determinando a amplitude da componente de pulsação $k\omega$

QUESTÃO 2: RESPOSTA

$$\begin{aligned} i &= \frac{3I}{\pi}\cos\varphi-\sum_{k=1}^{\infty}\left[\frac{3I}{\pi}(\frac{1}{6k-1}-\frac{1}{6k+1})\cos\varphi\cos 6k\omega t\right. \\ &+ \left.\frac{3I}{\pi}(\frac{1}{6k-1}+\frac{1}{6k+1})\sin\varphi\sin 6k\omega t\right] \end{aligned}$$

A amplitude do termo de pulsação $6k\omega$, que é:

$$i_{6k}=-\frac{3I}{\pi}(\frac{1}{6k-1}-\frac{1}{6k+1})\cos\varphi\cos 6k\omega t-\frac{3I}{\pi}(\frac{1}{6k-1}+\frac{1}{6k+1})\sin\varphi\sin 6k\omega t$$

Vale:

$$I_{6k}=\frac{3I}{\pi}\sqrt{(\frac{1}{6k-1})^2+(\frac{1}{6k+1})^2-\frac{2}{(6k-1)(6k+1)}\cos 2\varphi}$$

QUESTÃO 2: JUSTIFICAÇÃO

A conservação da potência instantânea origina:

$$U_i=u'_Ai'_A+u'_Bi'_B+u'_Ci'_C$$

$$i=\frac{1}{U}\{u'_Ai'_A+u'_Bi'_B+u'_Ci'_C\}$$

A potência associada às componentes fundamentais de $u'_Au'_Bu'_C$ vale:

$$\frac{2UI}{\pi}\sin\omega t\sin(\omega t-\varphi)+\frac{2UI}{\pi}\sin(\omega t-\frac{2\pi}{3})\sin(\omega t-\varphi-2\pi/3)$$
$$+\frac{2UI}{\pi}\sin(\omega t-4\pi/3)\sin(\omega t-\varphi-4\pi/3)=\frac{3UI}{\pi}\cos\varphi$$

Pode mostrar-se esta igualdade, utilizando as seguintes relações trigonométricas:

$$2\sin a\sin b=\cos(a-b)-\cos(a+b)$$
$$\cos a+\cos(a-2\pi/3)+\cos(a-4\pi/3)=0$$

A componente contínua de i, associada a esta potência, é :

$$i_0=\frac{3I}{\pi}\cos\varphi$$

A potência associada às componentes de ordem 5 das tensões $u'_A u'_B u'_C$ vale:

$$\frac{2UI}{5\pi}\sin 5\omega t\sin(\omega t-\varphi)+\frac{2UI}{5\pi}\sin[5(\omega t-\frac{2\pi}{3})]\sin(\omega t-\varphi-2\pi/3)$$
$$+\frac{2UI}{5\pi}\sin[5(\omega t-4\pi/3)]\sin(\omega t-\varphi-4\pi/3)=-\frac{3UI}{5\pi}\sin(6\omega t-\varphi)$$

A potência associada às componentes de ordem 7 das tensões $u'_A u'_B u'_C$ vale:

$$\frac{2UI}{7\pi}\sin 7\omega t\sin(\omega t-\varphi)+\frac{2UI}{7\pi}\sin[7(\omega t-\frac{2\pi}{3})]\sin(\omega t-\varphi-2\pi/3)$$
$$+\frac{2UI}{7\pi}\sin[7(\omega t-4\pi/3)]\sin(\omega t-\varphi-4\pi/3)=-\frac{3UI}{7\pi}\sin(6\omega t+\varphi)$$

As potências associadas às componentes de ordem 5 e 7 das tensões $u'_A u'_B u'_C$ originam termos harmónicos de ordem 6 na corrente i:

$$\begin{aligned} i_6 &= -\frac{3I}{5\pi}\cos(6\omega t-\varphi)+\frac{3I}{7\pi}\cos(6\omega t+\varphi) \\ &= -(\frac{3I}{5\pi}-\frac{3I}{7\pi})\cos\varphi\cos 6\omega t-(\frac{3I}{5\pi}+\frac{3I}{7\pi})\sin\varphi\sin 6\omega t \end{aligned}$$

Analogamente, as potências associadas às componentes de ordem 11 e 13 das tensões $u'_A u'_B u'_C$ originam termos harmónicos de ordem 12 na corrente i:

$$i_{12}=-(\frac{3I}{11\pi}-\frac{3I}{13\pi})\cos\varphi\cos 12\omega t-(\frac{3I}{11\pi}+\frac{3I}{13\pi})\sin\varphi\sin\omega t$$

Analogamente se obteriam outros termos.